

文章编号: 1000-7598 (2011) 05-1418-07

# 基于边界点搜索的洞室外域映射函数求解法

皇甫鹏鹏<sup>1</sup>, 伍法权<sup>1</sup>, 郭松峰<sup>1</sup>, 熊 峥<sup>2</sup>

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所 工程地质力学重点实验室, 北京 100029; 2. 海南省公路勘察设计院, 海口 570206)

**摘 要:** 弹性力学中, 把地下洞室外域变换成单位圆外域的映射函数最普遍的形式是 Laurent 级数, 因而求解级数表达式中的系数则成为求解地下洞室解析解问题的关键。而通过搜索边界映射点的方法, 可以得出一种求解映射函数表达式系数的新解法。该法首先初始化一组近似的对应关系, 通过这一初始映射关系所求解出来的映射函数, 得出单位圆上点的相应的映射点及初始映射洞形, 由这些相邻映射点之间的距离, 根据等距离比的原则, 求出对应的在实际地下洞室边界上的点坐标。再根据这一改进的对应关系, 求解出第 1 次迭代的映射函数, 如此循环下去, 直到近似洞形与实际洞形足够地接近为止。运用该方法可以灵活控制 Laurent 级数的项数、迭代循环的次数以及映射洞形的精度。该法能快速求解出各种复杂单个单连通区域洞形的映射函数, 尤其对目前工程中常见的复杂洞形, 都能得出相当精确的映射函数。

**关 键 词:** 映射函数; 地下洞室; Laurent 级数; 边界映射点搜索

**中图分类号:** TU 91

**文献标识码:** A

## A new method for calculating mapping function of external area of cavern with arbitrary shape based on searching points on boundary

HUANGFU Peng-peng<sup>1</sup>, WU Fa-quan<sup>1</sup>, GUO Song-feng<sup>1</sup>, XIONG Zheng<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Engineering Geomechanics, Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

2. Institute of Highway Survey and Design of Hainan Province, Haikou 570206, China)

**Abstract:** In the elastic mechanics, the general form of mapping function, which represents the area external to a given underground cavern by the area outside the unit circle in another plane, is Laurent series, hence to resolve the coefficients of Laurent series is one of the key points to make analytical solution to underground cavern. A new method for calculating mapping function is put forward by means of searching mapped points on the boundary of underground cavern. While employing this method, one set of mapping relation should be initialized, by which the initial mapping function is obtained; thus corresponding mapped points and mapped shape of the given cavern are achieved. According to the distances of adjacent mapped points in the mapped boundary, the relevant realistic point coordinates in the real boundary are obtained in terms of the principle of equal rate of distance. Then, based on this improved mapping relation, the first iterative mapping function is calculated. In light of this algorithm, the final mapping function, whose accuracy is in the controlling range, can be achieved. Applying this method, the number of series and iteration can be easily controlled; and the accuracy of the mapping function can also be flexibly dominated. The mapping function of single underground cavern with arbitrary shape can be rapidly calculated. Especially with regard to these common engineering caverns with complicated shape, quite accurate mapping function can be obtained by this method.

**Key words:** mapping function; underground cavern; Laurent series; searching mapped point on the boundary

## 1 引 言

地下洞室围岩的应力和位移分析在力学上可以归结为无限平面或半无限平面中的孔口问题。复变函数解法不仅统一了弹性力学中的 3 种基本方法

和 3 类边值问题, 而且还适用于直角坐标、极坐标等正交曲线坐标系, 因而特别适合解决复杂几何形状、多连通域和奇异应力场的问题<sup>[1]</sup>以及地下洞室应力场和位移场的解析求解<sup>[2-3]</sup>。

在应用复变函数法求解地下洞室应力和变形

收稿日期: 2011-02-15

基金项目: 973 国家项目 (No.2010CB732001); 国家自然科学基金重点项目 (No. 41030749) 联合资助。

第一作者简介: 皇甫鹏鹏, 男, 1985 年生, 硕士研究生, 主要从事岩石力学和围岩应力场解析方面的研究工作。E-mail: huangfupengpeng@yahoo.cn

解析解和分析其特征时, 其中最为关键的一点是求解地下洞室的映射函数。对于较为简单的洞室, 例如圆形和椭圆形, 都有精确的映射函数; 然而对于许多有工程意义的洞形, 例如曲边墙拱形等, 不能像圆形和椭圆形洞室那样求解出仅由有限项组成的精确的映射函数, 在实际计算中, 对于这类洞室只能取级数的有限项, 求出该类洞室的近似映射函数。

对于地下洞室外域的映射函数, 现已有多种近似求法, 它们都各有千秋。例如, 前苏联拉甫伦捷夫<sup>[4]</sup>的所提出的多角形法, 就是一种常用的方法, 不过鉴于隧道形状的多样性, 在计算的过程中需要用不同的多边形去逼近, 这是此法的不便性; 朱大勇等<sup>[5]</sup>对 Laurent 级数进行变形近似后多次循环迭代法, 对于一般的外凸形和不复杂的洞室, 可以获得足够精度的映射函数, 但对于较为复杂的洞形, 则会出现不收敛, 产生较大误差; 吕爱钟<sup>[6]</sup>的复合形最优化技术求解法精度高, 适用性强, 但是只适合于具有一对称轴的情况; 范广勤等<sup>[7]</sup>的应用 3 个绝对收敛级数相乘法求解非圆形洞室的外域映射函数法, 精度较低, 且计算过程也相对复杂; 另外还有王润富<sup>[8]</sup>的复三角函数的正交性求解映射函数; 徐趁肖<sup>[9]</sup>的复变插值理论法; 以及 Медентьев 法和三角插值法, Challis<sup>[10]</sup>的分离傅里叶转换法以及 Deillo<sup>[11]</sup>的基于 Faber 级数法, 另外, Savin<sup>[12]</sup>详细论述过 Schwarz-Christoffel 变换法。

本文所用的边界映射点搜索法, 直接对映射函数的普遍形式——Laurent 级数进行迭代计算, 除仅取有限项外, 不做其他任何近似处理, 并且本文所用方法对映射函数的项数可做到自由控制, 因而精度很高。另外该法对于无对称轴的复杂洞形也可以得出足够精确的解。并且该法编程容易实现, 计算时间短, 是一种可以普遍使用的映射函数求解的新方法。

## 2 映射点搜索法的基本公式和步骤

### 2.1 基本公式

由复变函数论中的黎曼定理可知, 对于在  $z$  平面上由一条简单闭曲线所围成的单连通外域, 一定可以找到相应的映射函数, 把该外域映射到  $\zeta$  平面上的单位圆外域 (相应地, 也可以推广到多联通外域)<sup>[13]</sup>, 如图 1 所示, 设该映射函数表达式为

$$z = \omega(\zeta) \quad (1)$$

式中:  $z$  为  $z$  平面上单连通外域内的点坐标;  $\zeta$  为  $\zeta$  平面上单位圆外域内的点坐标;  $\omega$  为映射函数。

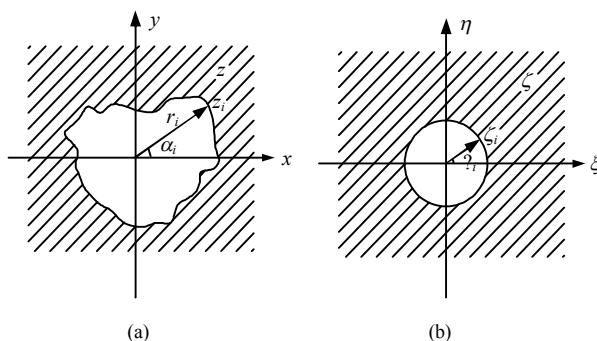


图 1 保角映射

Fig.1 Conformal mapping

该映射函数最普遍的形式可表示为 Laurent 级数形式<sup>[14]</sup>:

$$z = \omega(\zeta) = R(\zeta + \sum_{m=0}^{\infty} C_m \zeta^{-m}) \quad (2)$$

式中:  $R$  一般为复数, 在洞形相对于  $x$  轴对称时为实数, 它反映孔形的大小;  $C_m$  一般为复数, 只与孔洞形状有关。

为便于下文的程序编写和计算, 现将式 (2) 中的系数  $R$  乘入到括号中, 并仍用  $C_m$  作为未知系数, 并只取前  $m$  项级数, 整理后的映射函数为

$$z = \omega(\zeta) = C_1 + C_2 \zeta + C_3 \zeta^{-1} + C_4 \zeta^{-2} + \dots + C_m \zeta^{-(m-2)} \quad (3)$$

式中:  $m$  若取无穷大时, 则为精确的映射函数表达式, 但在实际计算中, 这种做法不可行且也没必要, 因而都取有限项, 只要精度能够达到所需要的计算精度即可。

### 2.2 映射点搜索法的计算步骤

根据保角变换的特点可知, 一般情况下洞室周边上的任一点  $z_i(r_i, \alpha_i)$  映射到单位圆上  $\zeta_i(1, \beta_i)$  时,  $\alpha_i$  并不等于  $\beta_i$ 。两者之间的关系仅由映射函数式 (2) 确定, 但在系数  $C_m$  未知的情况下, 两者的映射关系式是无从确定的。在这种情况下, 以往的做法一般是把映射函数表达式 (2) 变换成复数形式, 然后再根据欧拉公式, 化成三角函数的表达式形式, 从映射角度入手加以解决。在这期间, 不免会对繁琐的表达式和运算步骤进行简化, 因而映射函数的精度也会受到影响。

本文所用的映射点搜索法无需对映射函数表达式 (3) 做任何变形近似计算, 而只是在对  $m$  取任意特定的数值后, 直接编程对表达式 (3) 进行迭代计算即可。该法的算法思想是:  $m$  取任意正整数后, 式 (3) 则变成特定含有限项的映射函数表达式,

在初始化一组洞室边界上的点与单位圆上的点的对应关系后,代入到式(3),求解线性方程组,可以得到映射函数系数的初始值和映射函数的初始表达式。然后根据这一初始映射函数,计算出单位圆上各点在初始映射函数作用下的映射点,得出初始映射函数下的近似洞形。然后根据距离比(本文中特指近似洞形和真实洞形上任意相邻2点与相应的近似洞形周长和真实洞形周长之比)相等的原则,确定出映射洞形上各个映射点在真实洞形上的相应位置。再建立真实洞形上的点与单位圆上点的对应关系,由式(3)计算出该对应关系下的映射函数的系数,从而求解出第1次迭代下改进的映射函数表达式,进而如此迭代循环下去,近似洞形会和真实洞形越来越接近,直至达到某一精度下停止迭代,从而求出最终的映射函数表达式。基于映射点搜索的映射函数解法过程如图2所示。具体步骤如下:

(1) 初始化单位圆上点与真实洞形上点的对应关系,本文中采用的对应关系为等角度映射,即:假设单位圆上的点 $\zeta_i(1, \alpha_i)$ (本文中单位圆上的点为等角度平分点,设把 $360^\circ$ 的圆周平分为 $n$ 份, $n$ 的取值主要取决于洞室边界不规则度以及所需映射

函数的精度),且第1个点为 $(1, 0)$ 正好映射到隧道周边上的点 $z_i(r_i, \alpha_i)$ ,在该组对应关系下求解出初始化的映射函数表达式 $z = \omega_0(\zeta)$ 。

(2) 由初始化的映射函数得出圆上 $n$ 个点在该映射关系下的映射点和初始化的映射洞形,计算出初始映射洞形上的所有相邻2点间的距离和映射洞形的周长,从而计算出 $n$ 个任意两相邻点的距离比 $L\_rate^1$ ,然后根据此距离比求出在真实洞形上的映射点坐标 $map\_z^1$ 。

(3) 建立单位圆上的点 $\zeta_i(1, \alpha_i)$ 与映射点坐标 $map\_z^1$ 之间的对应关系,然后由式(3)求解出第1次迭代的映射函数表达式 $z = \omega_1(\zeta)$ ,并根据此映射函数求解出单位圆上各点相应的映射点和近似映射洞形,然后再计算出此映射关系下的 $n$ 个任意两相邻点的距离比 $L\_rate^2$ ,根据此距离比求出在真实洞形上的映射点坐标 $map\_z^2$ 。

(4) 重复迭代(3)中所述过程,当所求出的映射洞形与真实洞形足够接近,达到计算所需要的精度即可。此时所求得的映射函数即为所要求足够精确的映射函数表达式,可用于后续的应力及变形计算分析,并且结果可以足够精确。

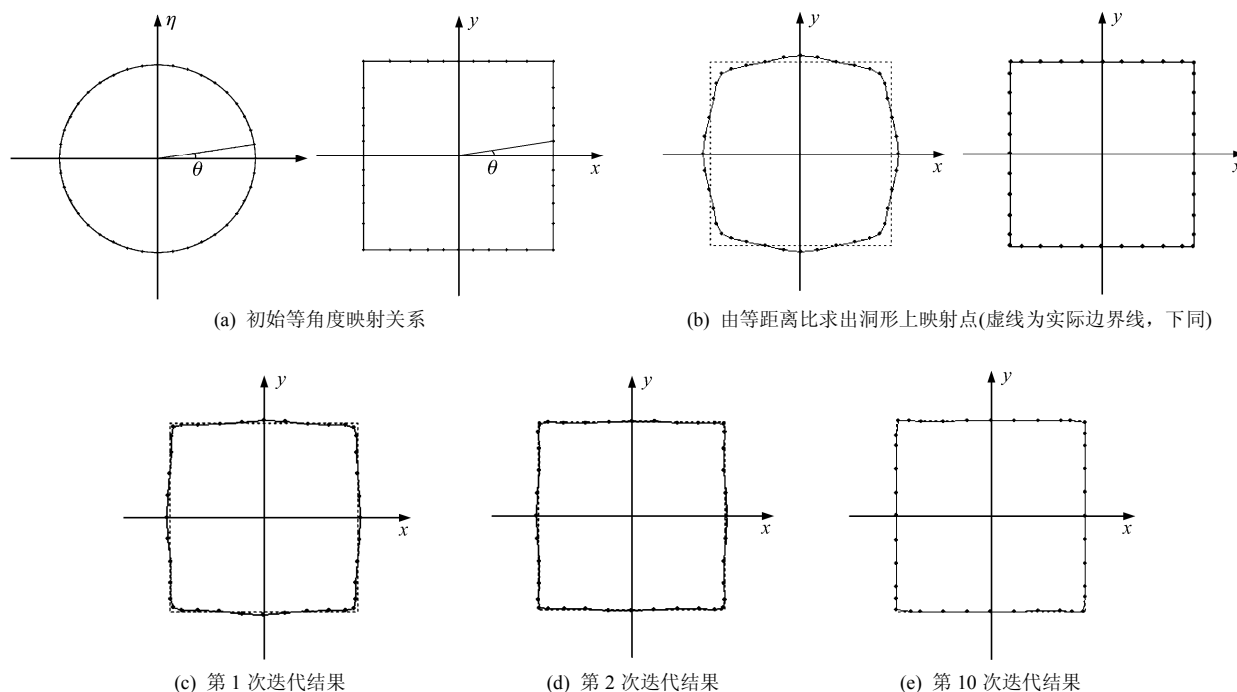


图2 基于边界映射点搜索的映射函数解法示意图

Fig.2 Sketches of conformal mapping based on searching mapped points on the boundary of underground cavern

### 2.3 映射精度及判断标准

映射精度为某次迭代后映射洞形上的所有映射点与通过等距离比求解出来的在真实洞形上的各自的相应映射点之间的距离和的算术平均值与真实

洞室边界总变长之比。即:

$$\delta = \frac{\overline{\Delta s}}{L} \quad (4)$$

式中: $\overline{\Delta s}$ 为所有映射洞室上映射点与真实上相应映

射点距离的算术平均值;  $L$  为真实洞室边界总长。

一般来说, 当映射精度取 5% 时, 就能达到工程计算的精度需要, 但对于某些有特殊要求的工程计算时, 应该根据具体情况, 来确定相应的映射精度。

### 3 计算实例

本节将对常见的工程洞形使用本文所提出的映射点搜索法求解出相应的映射函数, 并与真实洞形进行比较, 检验该法的有效性及其精度。

下面将分别对 4 种洞形进行计算, 它们是直臂半圆拱形、曲边墙拱形(公路隧道标准内轮廓洞形)、直墙马蹄形(铁路隧道永久衬砌外轮廓图)以及洞形极为复杂的水电站地下主厂房。

#### 3.1 直臂半圆拱形

直臂半圆拱形的几何尺寸如图 3 所示, 轮廓线上按照上文所述的等角度初始化映射法取 604 个点。按照上文所述计算步骤, 式(3)中的  $m$  分别取 5、6、9 和 11, 利用边界映射点搜索法分别迭代 20 次后, 求得各自映射洞形, 如图 4 所示。计算可得, 利用该法在  $m$  取 11 时, 映射函数的精度已经相当高, 且映射洞形与真实洞形几乎完全相同。 $m=11$  时的映射函数为

$$\omega = -168.176\ 7 + 1\ 600.741\ 4\zeta + \frac{139.134\ 2}{\zeta} + \frac{122.132\ 6}{\zeta^2} - \frac{161.664\ 3}{\zeta^3} + \frac{59.662\ 8}{\zeta^4} + \frac{4.292\ 1}{\zeta^5} - \frac{18.302\ 2}{\zeta^6} + \frac{8.243\ 8}{\zeta^7} - \frac{10.953\ 4}{\zeta^8} + \frac{0.115\ 2}{\zeta^9} \quad (5)$$

另外, 利用吕爱钟的最优化技术法求解该洞形的映射函数, 当  $m=6$  时, 所求得的最终映射图形如图 5 所示。与图 4(b)相比, 可以看出, 本文所提出的方法在映射精度上要有一定优势。

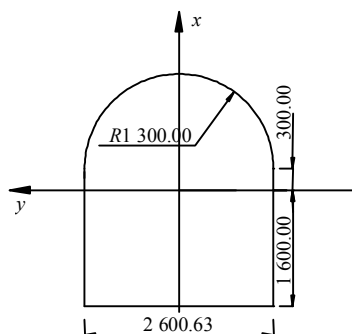


图 3 直臂半圆拱形 (单位: mm)

Fig.3 Straight wall and semicircle arch (unit: mm)

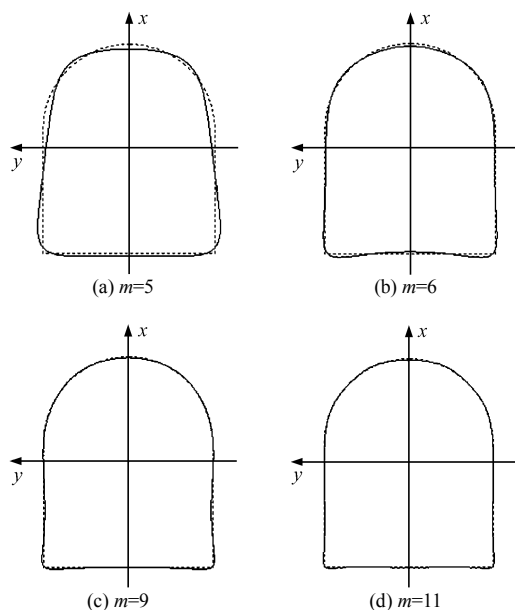


图 4  $m$  等于不同值时的直臂半圆拱形的映射图形

Fig.4 Mapped figures of straight wall and semicircle arch when  $m$  is assigned different values

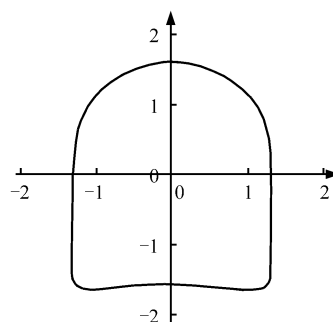


图 5  $m=4$  时的映射图形(最优化技术法)(单位: mm)

Fig.5 Mapped figures when  $m=4$  (optimization techniques) (unit: mm)

#### 3.2 曲边墙拱形

曲边墙拱形洞形在一般的公路隧道和铁路隧道中经常用到, 本文中所取的尺寸如图 6 所示。按等角度初始化映射法在洞形上取 500 个映射点, 用本文所述的方法, 式(3)中的  $m$  分别取 3、4、5 和 13, 且对于每个  $m$  值, 都用该法迭代 20 次, 求出这 4 种情况所分别对应的映射洞形, 如图 7 所示。且由映射图形可知, 当  $m$  取 5 时, 所求得的映射函数精度就已经很高, 当  $m$  取 13 时, 映射图形几乎与真实洞形完全重合。 $m=13$  时的映射函数为

$$\omega = 82.731\ 5 + 513.879\ 5\zeta - \frac{61.267\ 2}{\zeta} + \frac{37.127\ 1}{\zeta^2} - \frac{16.826\ 4}{\zeta^3} + \frac{2.889\ 1}{\zeta^4} + \frac{2.983\ 6}{\zeta^5} - \frac{4.058}{\zeta^6} + \frac{1.929\ 5}{\zeta^7} - \frac{0.108\ 8}{\zeta^8} - \frac{1.156}{\zeta^9} + \frac{0.765}{\zeta^{10}} - \frac{0.445\ 4}{\zeta^{11}} \quad (6)$$

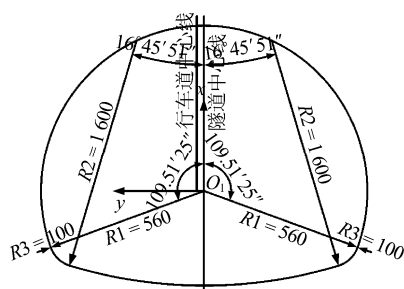
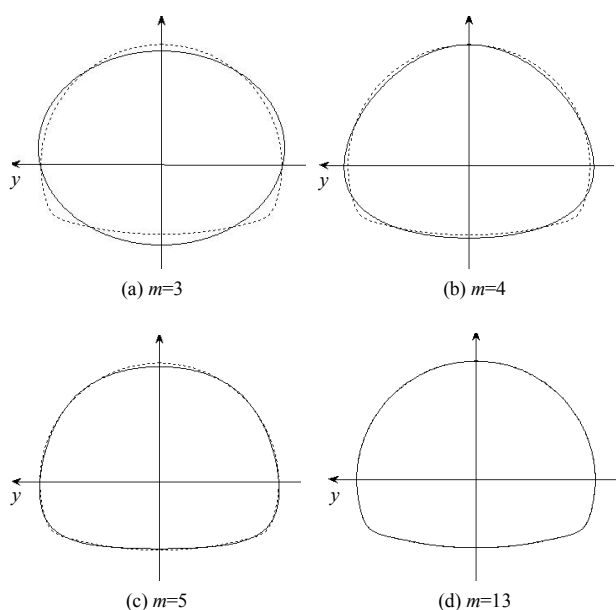


图 6 曲边墙拱形 (单位: cm)

Fig.6 Curve wall and arched shape (unit: cm)

图 7  $m$  等于不同值时的曲边墙拱形的映射图形Fig.7 Mapped figures of curve wall and arched shape when  $m$  is assigned different values

### 3.3 直臂马蹄形

直臂马蹄形常作为铁路隧道中初期支护的内轮廓线, 并且在岩体质量较好的情况下, 也可以不进行初期支护, 直接铺设永久衬砌, 此时该断面就是开挖围岩的轮廓线。本文计算中所用的直臂马蹄形断面尺寸如图 8 所示。

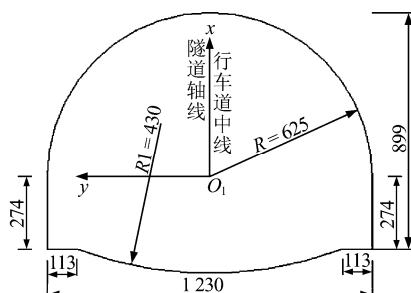
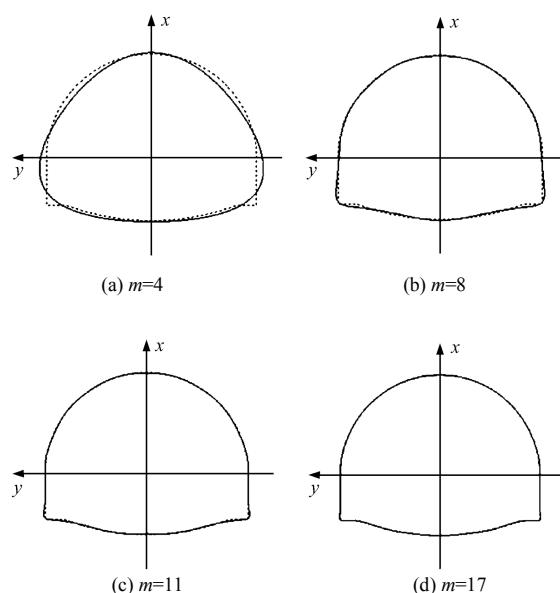


图 8 直臂马蹄形 (单位: mm)

Fig.8 Straight wall and horseshoe shape (unit: mm)

按照等角度初始化映射法在轮廓线上取 1 000 个点, 并对式 (3) 中的  $m$  值分别取 4、8、11 和 17, 用本文所述方法求得不同  $m$  值所对应的近似洞形如图 9 所示。且由图 9(d)可知, 当  $m$  取值等于 17 时的映射洞形和真实洞形几乎完全相同, 所得到的映射函数已经具有相当的精度。 $m = 17$  时的映射函数为

$$\omega = 0.7823 + 5.7497\zeta - \frac{0.7131}{\zeta} + \frac{0.5317}{\zeta^2} - \frac{0.2523}{\zeta^3} - \frac{0.009}{\zeta^4} + \frac{0.1313}{\zeta^5} - \frac{0.1052}{\zeta^6} + \frac{0.0133}{\zeta^7} + \frac{0.0469}{\zeta^8} - \frac{0.0487}{\zeta^9} + \frac{0.01817}{\zeta^{10}} + \frac{0.0067}{\zeta^{11}} - \frac{0.0183}{\zeta^{12}} + \frac{0.01641}{\zeta^{13}} - \frac{0.008}{\zeta^{14}} - \frac{0.0033}{\zeta^{15}} \quad (7)$$

图 9  $m$  等于不同值时的直臂马蹄形的映射图形Fig.9 Mapped figures of straight wall and horseshoe shape when  $m$  is assigned different values

### 3.4 水电站地下主厂房

水电站地下引水发电系统的主厂房是水电站整个地下洞室中结构最复杂, 也是最重要的洞室。但也正是由于其结构的复杂性, 所以以前的很多种保角变换的方法都很少处理该类洞室, 及时求解该类洞室的映射函数, 也是对真实的主厂房做很大程度的简化; 而该例子对某水电站主厂房洞室不加任何近似处理, 求解出其相应的映射函数, 从而证明了本文所述方法的有效性。并且由于主厂房关于任意坐标轴均不对称, 也相应地检验出该法对于非对称图形映射的可靠性。

主厂房的几何形状示意图如图 10 所示, 具体尺寸参考锦屏一级水电站主厂房。由于该主厂房含有多个奇异角点, 为求得高精度的映射函数, 需要足够多的初始映射点, 本文按照等角度初始化映射法在主厂房断面上取 1 000 个点。式 (3) 中的  $m$  分别取 30、50、80 和 100, 用本文所述方法, 求出这 4 种情况下的映射函数和近似映射洞形, 其中 4 种近似映射洞形如图 11 所示。由图形可以看出, 虽然主厂房形状极为复杂, 且含大量角点, 但在  $m$  取 100 后, 所求出的映射洞形已经和真实洞形极为接近, 仅在个别角点出现明显的圆角现象, 但在一般的工程计算中, 该映射函数的精度已经足矣。表 1 为  $m$  取 100 时, 用该法所求得的映射函数系数的值。

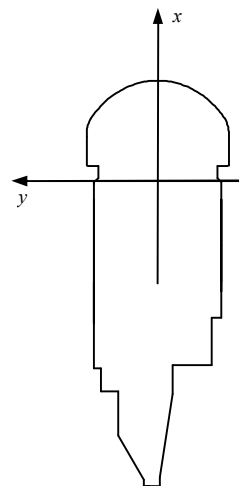
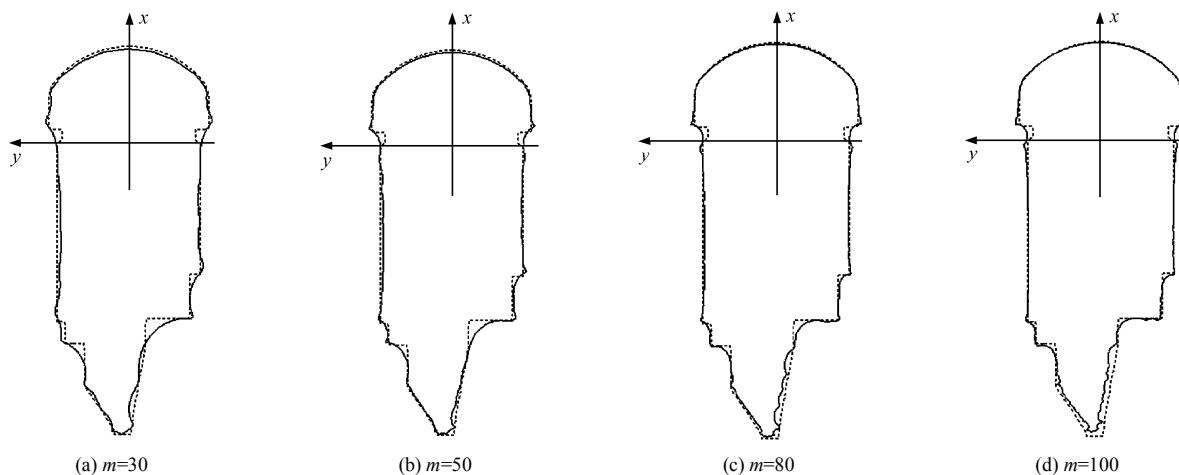


图 10 主厂房

Fig.10 Main power house

图 11  $m$  等于不同值时的主厂房的映射图形Fig.11 Mapped figures of main power house when  $m$  is assigned different values表 1  $m=100$  时主厂房外域映射函数中的系数取值Table 1 Values of coefficients in the mapping function of the main power house shape when  $m$  is assigned the value of 100

| 项数       | 系数 $C_k$  |           |           |           |           |           |           |           |           |           |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| [1 10]   | 0.585+    | -0.315+   | 0.382-    | -0.915 2- | -0.258 2- | -0.372 7+ | 0.032 4+  | 0.585+    | -0.315+   | 0.382 6-  |
| [11 20]  | 2.685 9i  | 0.024 3i  | 1.015 3i  | 0.396i    | 0.254i    | 0.121 2i  | 0.209 6i  | 2.685 9i  | 0.024 3i  | 1.015 3i  |
| [21 30]  | -0.124-   | -0.101 7+ | -0.092 6- | -0.081 8+ | -0.016 4+ | 0.128 7+  | 0.110 7+  | -0.124 1- | -0.101 7+ | -0.092 6- |
| [31 40]  | 0.256 8i  | 0.001 1i  | 0.005 6i  | 0.081 2i  | 0.233 3i  | 0.109 4i  | 0.095 4i  | 0.256 8i  | 0.001 1i  | 0.005 6i  |
| [41 50]  | -0.021 1- | -0.102 8- | -0.033 6+ | 0.068-    | -0.027 7- | 0.031 9+  | -0.002 7- | -0.021 1- | -0.102 8- | -0.033 6+ |
| [51 60]  | 0.032 7i  | 0.026 8i  | 0.039 5i  | 0.002 5i  | 0.087 6i  | 0.015 6i  | 0.082 4i  | 0.032 7i  | 0.026 8i  | 0.039 5i  |
| [61 70]  | -0.005+   | 0.055 5+  | 0.007 8+  | 0.052+    | 0.017 8-  | -0.059 5- | 0.004 4-  | -0.005+   | 0.055 5+  | 0.007 8+  |
| [71 80]  | 0.117 4i  | 0.01i     | 0.059i    | 0.012 2i  | 0.045 2i  | 0.001 1i  | 0.002 9i  | 0.117 4i  | 0.01i     | 0.059i    |
| [81 90]  | -0.025 9- | 0.009 2+  | -0.005 1- | 0.008 2-  | -0.016 2+ | 0.015 5+  | -0.010 1+ | -0.025 9- | 0.009 2+  | -0.005 1- |
| [91 100] | 0.028 8i  | 0.002 7i  | 0.033 7i  | 0.013 8i  | 0.001 1i  | 0.000 4i  | 0.039 2i  | 0.028 8i  | 0.002 7i  | 0.033 7i  |
|          | 0.015 5-  | -0.032 2- | 0.014 1+  | -0.027 6- | -0.025+   | -0.000 5+ | -0.007 3- | 0.015 5-  | -0.032 2- | 0.014 1+  |
|          | 0.005 1i  | 0.004 3i  | 0.013 9i  | 0.021 9i  | 0.011i    | 0.013 3i  | 0.023 9i  | 0.005 1i  | 0.004 3i  | 0.013 9i  |
|          | -0.012 7- | -0.002 1- | -0.007 9+ | 0.045 5+  | 0.011 1-  | 0.021 8-  | 0.011 9-  | -0.012 7- | -0.002 1- | -0.007 9+ |
|          | 0.002 2i  | 0.002 3i  | 0.030 7i  | 0.005 5i  | 0.001 6i  | 0.006 3i  | 0.003 8i  | 0.002 2i  | 0.002 3i  | 0.030 7i  |
|          | 0.005 5+  | -0.007 2+ | 0.008 3-  | -0.013 8- | -0.008 1- | -0.019 4- | -0.023 5- | 0.005 5+  | -0.007 2+ | 0.008 3-  |
|          | 0.014 3i  | 0.004 5i  | 0.005 5i  | 0.005 9i  | 0.0141i   | 0.003 5i  | 0.005 4i  | 0.014 3i  | 0.004 5i  | 0.005 5i  |
|          | 0.015 2-  | 0.022 7-  | -0.017 7- | -0.002 4+ | -0.000 9+ | 0.001+    | 0.011 3+  | 0.015 2-  | 0.022 7-  | -0.017 7- |
|          | 0.011i    | 0.028 8i  | 0.017 6i  | 0.000 8i  | 0.011 5i  | 0.004 4i  | 0.022 2i  | 0.011i    | 0.028 8i  | 0.017 6i  |
|          | -0.010 8- | -0.036 5+ | -0.002 3+ | -0.008 5+ | 0.016 4+  | 0.032-    | -0.013 1- | -0.010 8- | -0.036 5+ | -0.002+   |
|          | 0.014i    | 0.014 4i  | 0.017 6i  | 0.018 9i  | 0.013 5i  | 0.016i    | 0.043 8i  | 0.014i    | 0.014 4i  | 0.017 6i  |

## 4 结 论

(1) 对于一般工程中常见到的洞形, 本文的边

界映射点搜索法可以求得相当精确的映射函数, 完全可以用于弹性力学的复变函数解法, 以求解出该洞室围岩的应力场及位移场解析解, 进行科学研究

或工程计算。

(2) 对于极为复杂的洞形, 如洞形上含有很多凹角或其它类型的奇异角点时, 所求得的映射函数与精确解相比, 则有较为明显的差异, 但随着映射函数项数的增加, 使用本文方法, 还是可以达到一定的工程精度之内。

(3) 因未对映射函数做除截项外的任何近似处理, 与文献[5]相比, 在算法上有较大的改进, 与其他方法相比也具有较为突出的优势: 对于简单的洞形, 式(3)中的  $m$  取很小值时, 就可以求得极为精确的映射函数; 而对于复杂的洞形,  $m$  取 100 项左右, 也可以求得满足一定工程精度的映射函数; 且该算法易编程实现, 计算高效。

### 参考文献

- [1] 陆明万, 罗学富. 弹性理论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990: 297—308.
- [2] 王志良, 申林方, 姚激, 等. 浅埋隧道围岩应力场的计算复变函数求解法[J]. 岩土力学, 2010, 31(增 1): 86—90.  
WANG Zhi-liang, SHEN Lin-fang, YAO Ji, et al. Calculation of stress field in surrounding rocks of shallow tunnel using computational function of complex variable method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(Supp. 1): 86—90.
- [3] 余远国, 沈成武. 隧洞工程弹性参数反演的可辨识性及量测优化布置探讨[J]. 岩土力学, 2010, 31(11): 3604—3612.  
SHE Yuan-guo, SHEN Cheng-wu. Discussion of identifiably and optimal measured arrangement for elastic back-analysis of parameters in underground tunnel engineering[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(11): 3604—3612.
- [4] 陈子荫. 围岩力学分析中的解析方法[M]. 北京: 煤矿工业出版社, 1994.
- [5] 朱大勇, 钱七虎, 周早生, 等. 复杂形状洞室映射函数的新解法[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(3): 279—282.  
ZHU Da-yong, QIAN Qi-hu, ZHOU Zao-sheng, et al. New method for calculating mapping function of opening with complex shape[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1999, 18(3): 279—282.
- [6] 吕爱钟, 王全为. 应用最优化技术求解任意截面形状巷道映射函数的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1995, 14(3): 269—274.  
LÜ Ai-zhong, WANG Quan-wei. New method of determination for the mapping function of tunnel with arbitrary boundary using optimization techniques[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1995, 14(3): 269—274.
- [7] 范广勤, 汤澄波. 应用三个绝对收敛级数相乘法解非圆形洞室的外域映射函数[J]. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(3): 255—264.  
FAN Guang-qin, TANG Deng-bo. Determination of the mapping function for the exterior domain of a non-circular opening by means of the multiplication of three absolutely convergent series[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1993, 12(3): 255—274.
- [8] 王润富. 一种保角映射法及其微机实现[J]. 河海大学学报, 1991, 19(1): 86—89.  
WANG Run-fu. A method of conformal mapping and its computer implementation[J]. **Journal of Hohai University**, 1991, 19(1): 86—89.
- [9] 徐趁肖, 朱衡君, 齐红元. 复杂边界单连通域共形映射解析建模研究[J]. 工程数学学报, 2002, 19(4): 135—138.  
XU Chen-xiao, ZHU Heng-jun, QI Hong-yuan. Analytically modeling of complicated boundary simply-connected region conformal mapping[J]. **Journal of Engineering Mathematics**, 2002, 19(4): 135—138.
- [10] CHALLIS N V, BURLEY D M. A numerical method for conformal mapping[J]. **Journal of Numerical Analysis**, 1982, (2): 169—181.
- [11] DELILLO T K, ELCRAT A R, PFALZGRAFF J A. Numerical conformal mapping methods based on Faber[J]. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, 1997, 83(2): 205—236.
- [12] SAVIN G N. Stress concentration around holes[M]. London: Pergamon Press, 1961.
- [13] Н. И. МУСХЕПИШВИЛИ. 数学弹性力学中的几个基本问题[M]. 北京: 科学出版社, 1958.
- [14] 吕爱钟, 张路青. 地下隧道力学分析的复变函数方法[M]. 北京: 科学出版社, 2007.